حسب الطبعة الجديدة للكتاب

التمرين 37

t (ms)	60	120	180	240	300
v (m/s)	0,18	0,24	0,30	0,36	0,42

1 - أ) رسم البيان $v = f(t)$

ب) البيان عبارة عن خط مستقيم معادلته :

$v = at + v_0$

ولدينا $v > 0$ و $a > 0$ (الميل) ، وبالتالي $v \times a > 0$

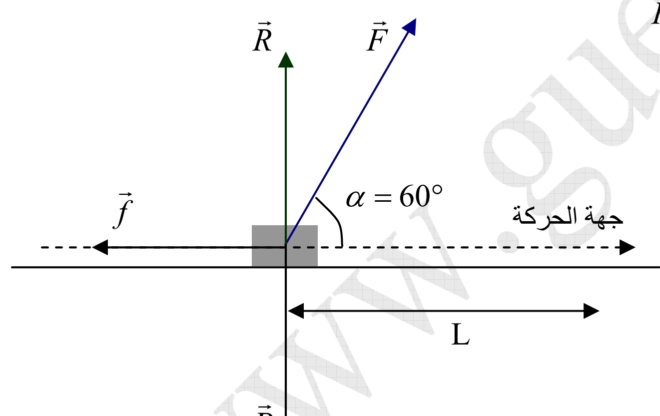
ومنه الحركة متسارعة بانتظام .

أو نقول : بما أن معادلة السرعة من الدرجة الأولى بالنسبة للزمن ، إذن الحركة متغيرة بانتظام

التسارع : $a = \frac{CB}{AB} = \frac{2,5 \times 0,05}{5 \times 25 \times 10^{-3}} = 1\ m/s^2$

نمدّد البيان إلى أن يقطع محور السرعة فنتحصل على قيمة السرعة في اللحظة $t = 0$ ، وهي السرعة الابتدائية $v_0 = 0,12\ m/s$

2 - اختصارا في كل التمارين نرمز لتأثير الطريق على الجسم بـ $\vec{R}$



أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

القوة $\vec{f}$ هي محصلة القوى المقاومة المؤثرة على الجسم .

$\vec{F} + \vec{f} + \vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}$ ، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور الموضح في الشكل : $F\cos\alpha - f = m\,a$

$$f = F\cos\alpha - ma = 1,4 \times \frac{1}{2} - 0,5 \times 1 = 0,2N$$

ب) عمل قوة تنسحب على مسار مستقيم :

تنتقل نقطة تأثير القوة $\vec{F}$ من A إلى B . العمل المنجز من طرف هذه القوة هو :

$W_{AB}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos\alpha$

- عمل قوة الثقل : $W_{AB}(\vec{P}) = P \times L \times \cos 90 = 0$

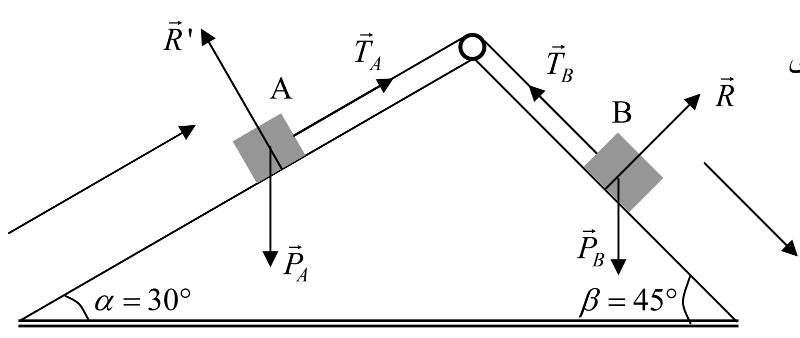
- عمل قوة رد فعل الطريق : $W_{AB}(\vec{R}) = R \times L \times \cos 90 = 0$

- عمل القوة $\vec{F}$: $W_{AB}(AB) = F \times L \times \cos\alpha = 1,4 \times 2 \times \cos 60 = 1,4J$

- عمل قوة الاحتكاك $\vec{f}$: $W_{AB}(\vec{f}) = f \times L \times \cos 180 = 0,2 \times 2 \times (-1) = -0,4J$

جـ) الطاقة المخزنة خلال هذا الانتقال : $\Delta E_C = \sum W = 1,4 - 0,4 = 1\,J$

التمرين 38



1 – بما أن الجملة متوازنة ، فإن المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة على كل جزء منها يكون معدوما .

الجسم A :

$\vec{P}_A + \vec{T}_A + \vec{R}' = 0$ ، وبإسقاط هذه العلاقة الشعاعية على المحور الموازي للمستوي المائل ، نكتب :

$T_A - P_A \sin\alpha = 0 \quad (1)$

ملاحظة : يمكن أن نسقط العلاقة على المحور المعاكس ، ونجد نفس النتيجة لأن المجموع الشعاعي يساوي الصفر .

الجسم B :

$\vec{P}_B + \vec{T}_B + \vec{R} = 0$ ، وبإسقاط هذه العلاقة الشعاعية على المحور الموازي للمستوي المائل ، نكتب :

$P_B \sin\beta - T_B = 0 \quad (2)$

$T_A = T_B$ لأن الجملة ساكنة . وبجمع العلاقتين (1) و (2) نجد : $P_A \sin\alpha = P_B \sin\beta$ ، وبتعويض P بـ $m\,g$ واختصار g :

نكتب : $m_A \sin\alpha = m_B \sin\beta$ ، $m_B = m_A \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 500 \times \dfrac{0,5}{0,707} = 353,6\,g$

2 - أ) لكي نستنتج طبيعة الحركة يجب أن نجد عبارة التسارع ، وذلك بدراسة حركة الجسمين A و B . (الحركة في جهة B)

الجسم A : (اختصارا نستعمل نفس رمزي التوترين)

$\vec{P}_A + \vec{T}_A + \vec{R}' = m_A\, \vec{a}_A$ ، وبإسقاط هذه العلاقة الشعاعية على المحور الموازي للمستوي المائل (الموجّه في جهة الحركة) ، نكتب :

$T_A - P_A \sin\alpha = m_A\, a_A \quad (3)$

الجسم B :

$\vec{P}'_B + \vec{T}_B + \vec{R} = (m_B + m)\, \vec{a}_B$ ، وبإسقاط هذه العلاقة الشعاعية على المحور الموازي للمستوي المائل ، نكتب :

$P'_B \sin\beta - T_B = (m_B + m)\, a_B \quad (4)$

$T_A = T_B$ لأن كتلة البكرة مهملة . $a_A = a_B = a$ لأن أجزاء الجملة مرتبطة ، وبجمع العلاقتين (3) و (4) نجد :

$a = \dfrac{(m_B + m)\, g \sin\beta - m_A g \sin\alpha}{m_A + m_B + m}$ ، ولدينا من المعطيات أن $m_A = m_B + m$ ، ومنه :

$a = \dfrac{m_A\, g \sin\beta - m_A g \sin\alpha}{2\, m_A}$ ، وبالتالي : $a = \dfrac{g(\sin\beta - \sin\alpha)}{2}$

أثناء الحركة لا تتغير المقادير β , α , g ، إذن التسارع يبقى ثابتا ، ومنه الحركة متغيرة بانتظام .

قيمة التسارع : $a = \dfrac{10(0,707 - 0,5)}{2} = 1,03\ m/s^2$

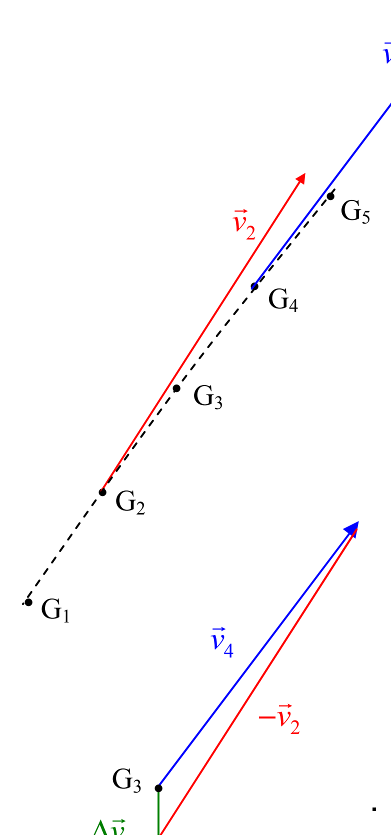
ب) سرعة الجملة بعد 5 ثوان من بدء الحركة : $\Delta v = at$ ، حيث t هي المدة الزمنية المستغرقة .

$\Delta v = v - 0 = v$ (لأن الجملة أقلعت من السكون) ، وبالتالي $v = 1,03 \times 5 = 5,15\ m/s$

التمرين 39

1 – الشروط التي يجب احترامها عند انجاز الفيلم : يجب اجراء التجربة في مكان لا توجد به تيارات هوائية . مثلا في المخبر مع غلق الباب والنوافذ . وإلا تصبح حركة الكرة أكثر تعقيدا .

2 – أوجد الخواص التالية : سؤال غير دقيق !! (المطلوب مميزات شعاعي السرعة والتسارع)



حسب السلم المعطى ، فإن : 4,5 cm على الرسم يوافق 1 m على الواقع .

وبالتالي $1\ cm \rightarrow 0,22\ m$

أ) طويلة السرعة اللحظية في الموضع G_2 تعطى بالعلاقة :

$$v_2 = \frac{G_1G_3}{2\tau} = \frac{1,7\times 0,22}{0,08} = 4,7\ m/s$$

طويلة السرعة اللحظية في الموضع G_4 تعطى بالعلاقة :

$$v_4 = \frac{G_3G_5}{2\tau} = \frac{1,6\times 0,22}{0,08} = 4,4\ m/s$$

نستعمل السلم $1\ cm \rightarrow 1\ m/s$ لتمثيل شعاعي السرعتين في G_2 و G_4 .

نلاحظ أن للشعاع $\Delta\vec{v}_3$ نفس اتجاه وجهة تسارع الجاذبية الأرضية $\vec{g}$.

طويلة الشعاع $\Delta\vec{v}_3$ هي $\Delta v_3 = 0,8\times 1 = 0,8\ m/s$

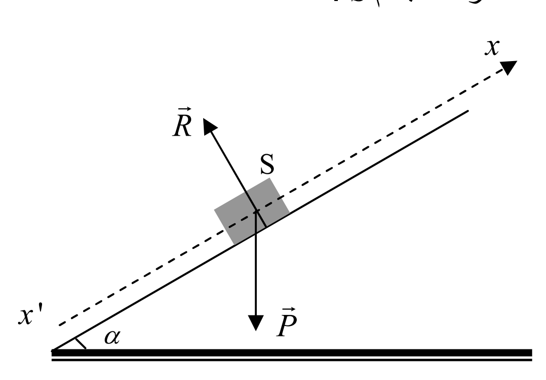
ب) نحسب تسارع الكرية بالعلاقة $a = \frac{\Delta v_3}{2\tau} = \frac{0,8\times 1}{0,08} = 10\ m/s^2$

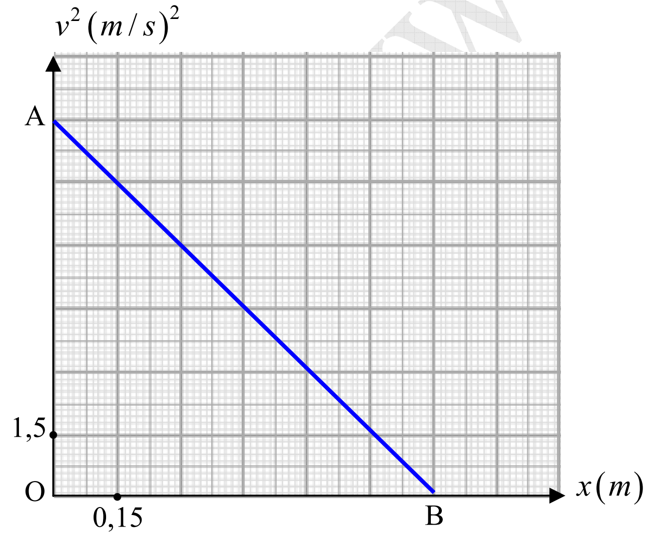
نمثل التسارع منفصلا عن الشكل لضيق المكان ، ونمثل كل $4\ m/s^2$ بـ $1\ cm$

3 - المقارنة بين a و g : نلاحظ أن التسارع $a = g$ (رغم أن g لم يُعطى في التمرين) .

التمرين 40

1 - أ) دراسة حركة الجسم S .





بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}+\vec{R} = m\,\vec{a}$ ، وبإسقاط هذه العلاقة

على المحور $x'x$: $-P\sin\alpha = m\,a$ ، ومنه $a = -g\sin\alpha$

بما أن التسارع ثابت وسالب فإن الحركة متباطئة بانتظام (شعاع السرعة موجه في جهة $x'x$) .

ب) العلاقة النظرية هي : $v^2 - v_0^2 = 2a\,x$ ، حيث x هي المسافة المقطوعة لبلوغ السرعة v .

العلاقة التجريبية من الشكل : $v^2 = bx + c$ ، وبمطابقة العلاقة النظرية والعلاقة التجريبية نجد :

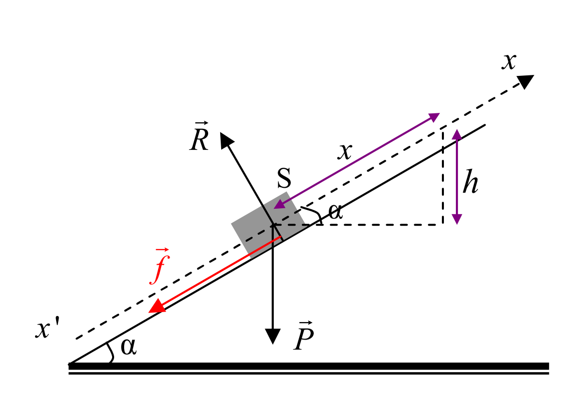
$c = v_0^2$ و $b = -2g\sin\alpha$

نحسب ميل البيان b : $b = -\dfrac{OA}{OB} = -\dfrac{6\times 1,5}{6\times 0,15} = -10$ ، وباستعمال العلاقة السابقة لـ b نجد : $\sin\alpha = \dfrac{-10}{-2g} = \dfrac{10}{20} = 0,5$

ومنه : $\alpha = 30°$

من البيان لدينا $c = 6\times 1,5 = 9$ ، وبالتالي $v_0^2 = 9$ ، ومنه $v_0 = 3\ m/s$

2 - أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على حركة الجسم (S) :



$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\,\vec{a}'$ ، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور $x'x$

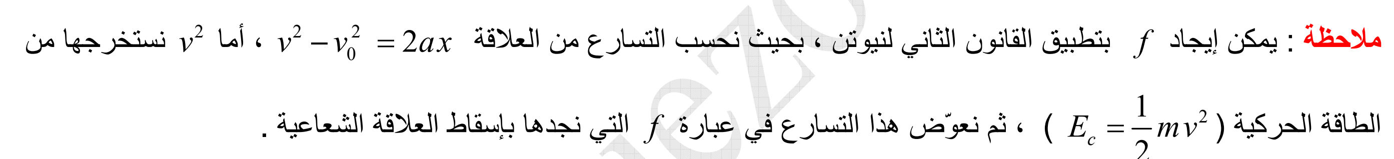
$-P\sin\alpha - f = m\,a'$ ، ومنه $a' = -g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}$

ب) بتطبيق نظرية الطاقة الحركية : $E_c - E_{c,0} = \sum W$

$\dfrac{1}{2}mv^2 - \dfrac{1}{2}mv_0^2 = -fx - mgh$ (عمل $\vec{R}$ معدوم لأن $\vec{R} \perp x'x$)

$\dfrac{1}{2}mv^2 - \dfrac{1}{2}mv_0^2 = -fx - mg\,x\sin\alpha$

$0,2 - \dfrac{1}{2}\times 0,1\times 9 = -f\times 0,4 - 0,1\times 10\times 0,4\times 0,5$ ، $f = 0,125N$

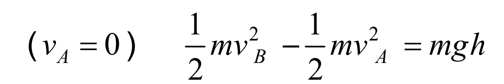


ملاحظة : يمكن إيجاد f بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بحيث نحسب التسارع من العلاقة $v^2 - v_0^2 = 2ax$ ، أما v^2 نستخرجها من الطاقة الحركية ($E_c = \dfrac{1}{2}mv^2$) ، ثم نعوّض هذا التسارع في عبارة f التي نجدها بإسقاط العلاقة الشعاعية .

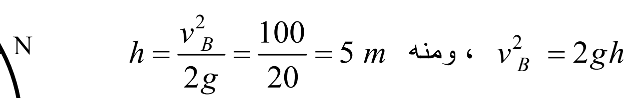
التمرين 41



1 – أ) بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين النقطتين A و B

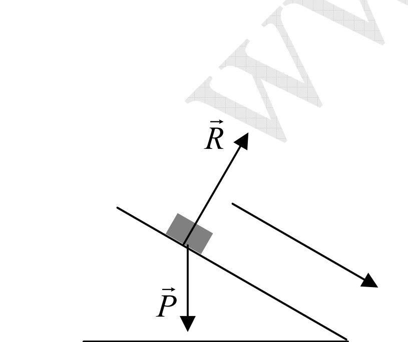


$\dfrac{1}{2}mv_B^2 - \dfrac{1}{2}mv_A^2 = mgh$ $(v_A = 0)$



$v_B^2 = 2gh$ ، ومنه $h = \dfrac{v_B^2}{2g} = \dfrac{100}{20} = 5\ m$

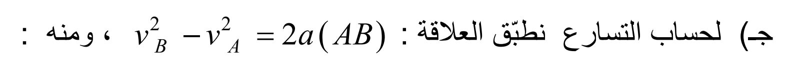
ب) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين A و B





$\vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}$ ، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور الموضح في الشكل :

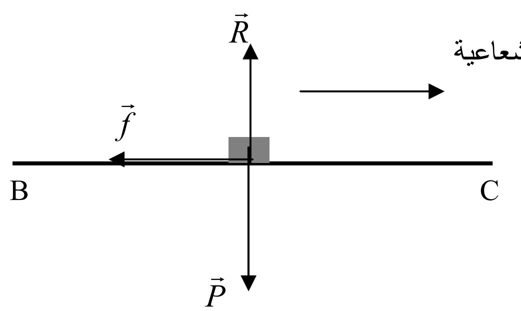
$P\sin\alpha = m\,a$ ، ومنه $a = g\sin\alpha$ ، وبما أن التسارع ثابت وموجب فإن الحركة متسارعة بانتظام .



جـ) لحساب التسارع نطبّق العلاقة : $v_B^2 - v_A^2 = 2a(AB)$ ، ومنه :

$a = \dfrac{v_B^2}{2AB} = \dfrac{100}{2\times 10} = 5\ m/s^2$ ، أو نحسبه من العلاقة $a = g\sin\alpha$ ، حيث $\sin\alpha = \dfrac{5}{10}$

2 - أ) القوى المطبّقة على الجسم S :



ب) نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}+\vec{f}+\vec{R}=m\,\vec{a}'$ ، وبإسقاط العلاقة الشعاعية

على المحور الموضّح في الشكل : $-f=m\,a$ ، ومنه $a'=\dfrac{-f}{m}$ (1)

التسارع a ثابت ، إذن الحركة متغيّرة بانتظام .

نحسب التسارع من العلاقة : $a'=\dfrac{v_C^2-v_B^2}{2(BC)}=\dfrac{9-100}{2\times 22,75}=-2\ m/s^2$

بالتعويض في العلاقة (1) نحسب شدة قوة الاحتكاك ، $f=-m\,a'=-0,1\times(-2)=0,2N$

3 - أ) عبارة السرعة في النقطة N :

ملاحظة : في الحقيقة ، وما دام الجسم يملك سرعة أفقية في النقطة C ، يمكن أن يغادر المسار في النقطة C (قذيفة بسرعة أفقية) لكن يمكن أن نقبل ما تبقى من التمرين لسبب واحد ، وهو أن نصف قطر المسار الدائري كبير ($r=3$ m) ، وبهذا يمكن أن يكون مسار القذيفة (القطع المكافئ) يقع أسفل المسار الدائري ، مما يجعل الجسم يبقى يمس هذا المسار الدائري أثناء حركته ويغادره لاحقا .

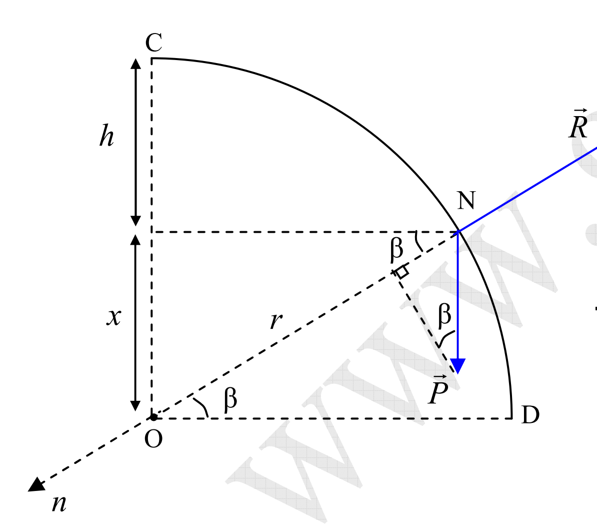
بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين النقطتين C و N .

$\dfrac{1}{2}mv_N^2-\dfrac{1}{2}mv_C^2=mgh$ ، عمل قوة رد فعل المسار على الجسم ($\vec{R}$) معدوم لأن هذه القوة تبقى عمودية على المماس للمسار في قطة وجود الجسم لعدم وجود احتكاك على المسار الدائري . $(OD=OC=ON=r)$

$v_N^2=2gh+v_C^2$ (2)

مقدار الارتفاع الذي نزله الجسم هو $h=r-x$

ولدينا $x=r\sin\beta$ ، ومنه : $h=r-r\sin\beta=r(1-\sin\beta)$

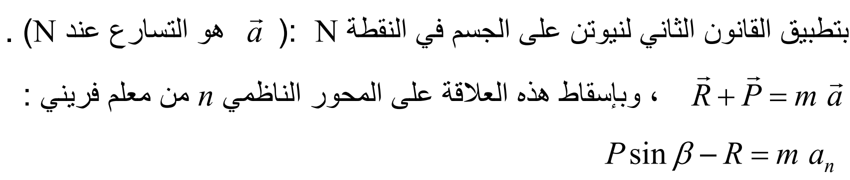


وبالتعويض في العلاقة (2) :

$v_N^2=2g\,r(1-\sin\beta)+9$ (3)


ب) حساب الزاوية β :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم في النقطة N : ($\vec{a}$ هو التسارع عند N) .


$\vec{R}+\vec{P}=m\,\vec{a}$ ، وبإسقاط هذه العلاقة على المحور الناظمي n من معلم فريني :

$P\sin\beta-R=m\,a_n$


حيث a_n هو التسارع الناظمي $a_n=\dfrac{v_N^2}{r}$

$P\sin\beta-R=m\,\dfrac{v_N^2}{r}$ ، وبتعويض عبارة v_N^2 من العلاقة (3) ، نكتب :

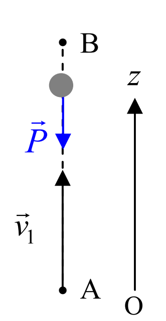
$P\sin\beta-R=m\,\dfrac{2g\,r(1-\sin\beta)+9}{r}$ (4)

في اللحظة التي يغادر فيها الجسم المسار تنعدم قوة رد الفعل ، لأن الجسم لا يصبح يمس المسار ، نضع $R=0$ في (4)

ونجد : $3\sin\beta=2,3$ ، ومنه $\sin\beta=0,766$ ، وبالتالي $\beta=50°$.

التمرين 42

في هذا التمرين حدث ما يلي : أخذ اللاعب الكرة بيده وقذفها نحو الأعلى شاقوليا ، ولما ارتفعت بمقدار 0,40 m (وهو أعلى إرتفاع وصلت إليه ، أي انعدام سرعتها) ضربها بواسطة المضرب فأعطاها سرعة إبتدائية أفقية $\vec{v}_0$.



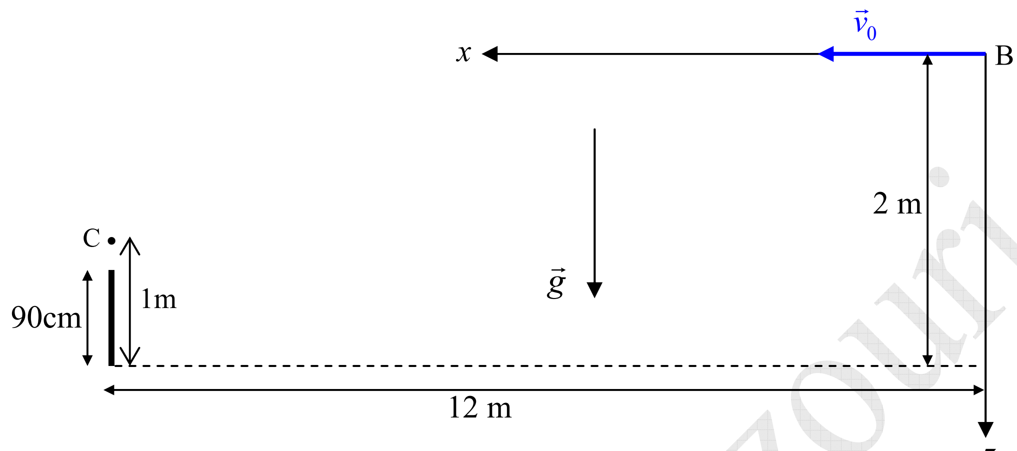
1 – نحسب السرعة v_1 التي أعطاها اللاعب للكرة بيده :

تأثير الهواء مهمل ، إذن الجسم لا يخضع إلا لقوة ثقله $\vec{P} = m\,\vec{a}$ ، وبالإسقاط على Oz نجد :

$a = -g$ ، ومنه الحركة متباطئة بانتظام ، ولحساب طويلة السرعة v_1 نطبّق العلاقة :

$v_B^2 - v_1^2 = -2g(AB)$ ، ولدينا $v_B = 0$ ، ومنه $v_1 = \sqrt{2g(AB)} = \sqrt{2\times 9,8\times 0,4} = 2,8\ m/s$

2 –



لم نحترم سلم الرسم في هذا التمثيل من أجل أن يكون الشكل واضحا .

اخترنا المعلم (Bx, Bz) لدراسة حركة الكرة .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$\vec{P} = m\,\vec{a}$ ، $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

إحداثيات شعاع التسارع هما $\vec{a}(0\ ,\ g)$ ، ومنه الحركة على المحور Bx منتظمة ، وعلى المحور Bz متغيرة بانتظام .

إحداثيات شعاع السرعة الابتدائية هما $\vec{v}_0(v_0\ ,\ 0)$.

نعتبر اللحظة $t = 0$ هي لحظة ضرب الكرة بالمضرب .

المعادلة الزمنية على المحور Bx : $x = v_0\, t$ (1)

المعادلة الزمنية على المحور Bz : $z = \frac{1}{2} g\, t^2$ (2)

نستخرج عبارة الزمن من المعادلة (1) ونعوّضه في المعادلة (2) نجد معادلة المسار : $z = \frac{g}{2v_0^2} x^2$ (3)

3 -

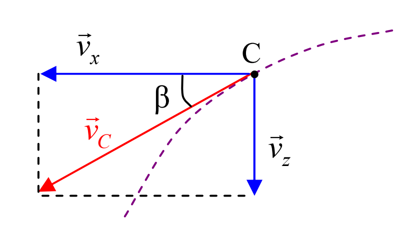
تمر الكرة في النقطة C ذات الإحداثيات (12 m , 1 m) ، حيث $z_C = (0,9 + 0,1) = 1\ m$.

النقطة C تنتمي لمسار الكرة ، وبالتالي إحداثياتها تحقق معادلة المسار ، نعوّض $x = 12$ ، $z = 1$ m في المعادلة (3)

$1 = \frac{g}{2v_0^2}\times(12)^2$ ، ومنه $v_0 = 26,5\ m/s$

منحى شعاع السرعة :

المقصود بمنحى شعاع السرعة هو إيجاد الزاوية β بين شعاع السرعة في النقطة C ومحور الفواصل Bx ، أي بين $\vec{v}_x$ و $\vec{v}_C$.



لدينا $\cos\beta = \dfrac{v_x}{v_C}$ (4)

نحسب طويلة شعاع السرعة v_C في النقطة C ، وذلك بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين النقطتين B و C .

$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mg\,h$ ، حيث $h = 1$ m (أي $h = 2-1 = 1m$) و v_B هي v_0 .

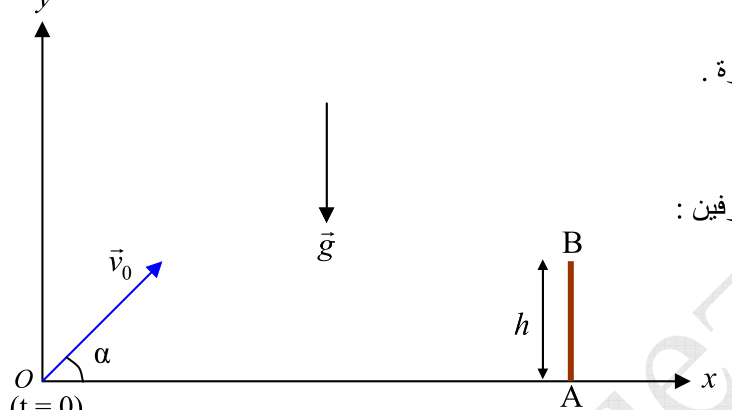
$$v_C = \sqrt{v_B^2 + 2g\,h} = \sqrt{(26,5)^2 + 2\times 9,8\times 1} = 26,8\ m/s$$

بالتعويض في العلاقة (4) :

$\cos\beta = \dfrac{26,5}{26,8} = 0,988$ ، ومنه $\beta = 8,6°$ (مع العلم أن v_x هي v_0 لأن الحركة منتظمة على Ox)

التمرين 43

المستوي الذي ندرس فيه حركة الكرة هو المستوي الشاقولي $(Ox\,,\,Oy)$.



1 – معادلة مسار الكرة :

نطبّق القانون الثاني لنيوتن ، مع العلم أن الهواء لا يؤثر على الكرة .

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$$

$\vec{P} = m\,\vec{a}$ ، وبتعويض $\vec{P}$ بـ $m\,\vec{g}$ واختصار m من الطرفين :

نجد $\vec{a} = \vec{g}$

مركبتا شعاع التسارع في المعلم هما $\vec{a}(0\,,\,-g)$

مركبتا شعاع السرعة الابتدائية هما $\vec{v}_0(v_0\cos\alpha\,,\,v_0\sin\alpha)$

بما أن التسارع على المحور Ox معدوم ، إذن الحركة على هذا المحور منتظمة ، وسرعتها $v_x = v_0\cos\alpha$ ، وبالتالي :

$$x = v_0\cos\alpha\ t \quad (2)$$

بما أن التسارع على المحور Oy ثابت ، إذن الحركة على هذا المحور متغيّرة بانتظام ، وبالتالي :

$$y = -\frac{1}{2}g\,t^2 + v_0\sin\alpha\ t \quad (3)$$

من العلاقة (2) نستخرج $t = \dfrac{x}{v_0\cos\alpha}$ ، ثم نعوّض عبارة الزمن في العلاقة (3) ونجد معادلة المسار :

$y = -\dfrac{g}{2\,v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\,tg\alpha$ ، وهي معادلة قطع مكافئ .

2 - الكرة نقطة مادية ، فهي تشغل النقطة B من المسار في اللحظة t . إحداثيات B هما $(25\text{ m}\ ,\ 2,44\text{ m})$

نعوّض هاتين القيمتين في معادلة المسار فنجد $v_0 = 18,6\ m/s$

3 - لكي نحسب طويلة شعاع سرعة الكرة عند النقطة B نطبق نظرية الطاقة الحركية بين النقطتين O و B

$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mg\ h$ ، ومنه $v_B^2 = -2g\ h + v_0^2$ ،

$$v_B = \sqrt{-2g\ h + v_0^2} = \sqrt{-2\times 10\times 2,44 + (18,6)^2} = 17,2\ m/s$$

4 - فاصلة المدى : $x_P = \frac{v_0^2\ \sin 2\alpha}{g} = \frac{(18,6)^2 \times \sin 60}{10} \approx 30\ m$ ، وبما أن فاصلة الذروة هي نصف فاصلة المدى

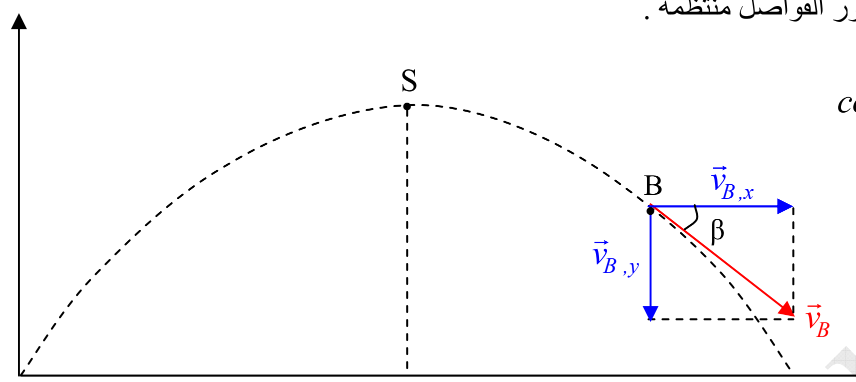
أي $x_S = 15\ m$ ، إذن عمود المرمى يوجد على يمين الذروة (S) ، وبالتالي يكون شعاع السرعة متجه نحو الأسفل .

لكي نحدد منحى شعاع السرعة ، نحسب الزاوية β بين شعاع السرعة والمحور Ox ، أي بين شعاع السرعة والمركبة الأفقية لها .

مع العلم أن $v_{B,x} = v_0 \cos\alpha$ لأن الحركة على محور الفواصل منتظمة .

$$\cos\beta = \frac{v_0 \cos\alpha}{v_B} = \frac{18,6 \times \cos 30}{17,2} = 0,936$$

ومنه β = 20,6°



التمرين 44

1 - نعتبر أن الكرة نقطة مادية ، ونعتبر السلة كذلك نقطة (A) من نقط مسار الكرة .

ندرس حركة الكرة في المعلم (Ox, Oz) .

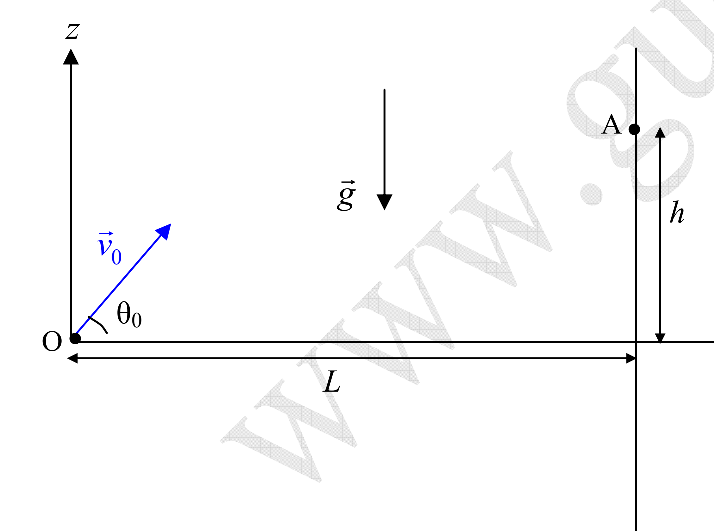
نطبّق القانون الثاني لنيوتن ، مع العلم أن الهواء لا يؤثر على الكرة .

$$\sum \vec{F} = m\ \vec{a}$$

$\vec{P} = m\ \vec{a}$ ، وبتعويض $\vec{P}$ بـ $m\ \vec{g}$ واختصار m من الطرفين :

نجد $\vec{a} = \vec{g}$

مركبتا شعاع التسارع في المعلم هما $\vec{a}(0\ ,\ -g)$



مركبتا شعاع السرعة الابتدائية هما $\vec{v}_0(v_0 \cos\theta_0\ ,\ v_0 \sin\theta_0)$

بما أن التسارع على المحور Ox معدوم ، إذن الحركة على هذا المحور منتظمة ، وسرعتها $v_x = v_0 \cos\theta_0$ ، وبالتالي :

$$x = v_0 \cos\theta_0\ t \qquad (2)$$

بما أن التسارع على المحور Oz ثابت ، إذن الحركة على هذا المحور متغيّرة بانتظام : $z = -\frac{1}{2}g\ t^2 + v_0 \sin\theta_0\ t \qquad (3)$

بحذف الزمن بين العلاقتين (2) و (3) نجد معادلة المسار $z = -\frac{g}{2\ v_0^2\ \cos^2\theta_0}x^2 + x\ tg\theta_0$

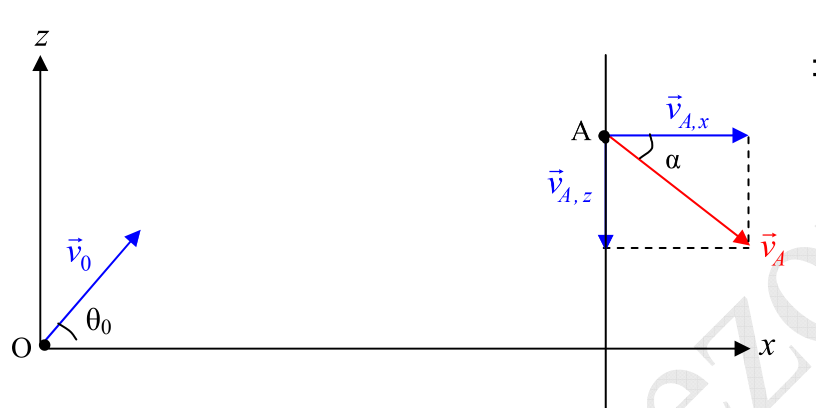
النقطة A ذات الإحداثيات (L,h) تحقق معادلة المسار ، أي $h=-\dfrac{g}{2\,v_0^2\,cos^2\theta_0}L^2+L\,tg\theta_0$

بقسمة طرفي المعادلة على L ، نكتب : $\dfrac{h}{L}=\dfrac{-gL}{2v_0^2\,cos^2\theta_0}+tg\theta_0$

$\dfrac{gL}{2v_0^2\,cos^2\theta_0}=tg\theta_0-\dfrac{h}{L}$ ، ومنه : $v_0^2=\dfrac{gL}{2cos^2\theta_0\left(tg\theta_0-\dfrac{h}{L}\right)}$ (4)

2 - العلاقة المعطاة $\left(\alpha=\dfrac{2h}{L-tg\theta_0}\right)$ خاطئة : في المقام لا نطرح عددا مجردا من الوحدة من طول : $tg\theta_0$ مجرّد من الوحدة ، اما L وحدته المتر (m) .

العلاقة الصحيحة : المقصود من السؤال هو الزاوية α التي يصنعها شعاع سرعة الكرة مع المحور الأفقي .



$tg\alpha=\dfrac{v_{A,z}}{v_{A,x}}$ ، وبتربيع طرفي هذه العلاقة ، نكتب :

$tg^2\alpha=\dfrac{v_{A,z}^2}{v_{A,x}^2}$ (5)

لدينا $v_{A,x}=v_0\,cos\theta_0$ (6)

لأن الحركة منتظمة على المحور Ox ، أي السرعة ثابتة .

لدينا كذلك الحركة متغيّرة بانتظام على المحور Oz ، وبالتالي :

$v_{A,z}^2-v_0^2\,sin^2\theta_0=-2gh$. طبّقنا العلاقة : مربع السرعة النهائية ناقص مربع السرعة الابتدائية يساوي ضعف التسارع في المسافة من O إلى الذروة ، ثم من الذروة إلى A وجمعنا العلاقتين .

مع العلم أن $v_{z,S}=0$ (تنعدم السرعة على المحور Oz عند الذروة)

ومنه $v_{A,z}^2=v_0^2\,sin^2\theta_0-2gh$ (7)

بتعويض العلاقتين (6) و (7) في العلاقة (5) ، نكتب : $tg^2\alpha=\dfrac{v_0^2\,sin\theta_0-2gh}{v_0^2\,cos^2\theta_0}$

$tg^2\alpha=\dfrac{v_0^2\,sin^2\theta_0}{v_0^2\,cos^2\theta_0}-\dfrac{2gh}{v_0^2\,cos^2\theta_0}$ (8)

ولدينا من العلاقة (4) : $v_0^2\,cos^2\theta_0=\dfrac{gL}{2\left(tg\theta_0-\dfrac{h}{L}\right)}$ ، وبالتعويض في العلاقة (8) :

$$tg^2\alpha = tg^2\theta_0 - \frac{2gh}{\dfrac{gL}{2\left(tg\theta_0 - \dfrac{h}{L}\right)}} = tg^2\theta_0 - \frac{4h\left(tg\theta_0 - \dfrac{h}{L}\right)}{L} = tg^2\theta_0 - \frac{4h}{L}\times tg\theta_0 + 4\frac{h^2}{L^2} = \left(tg\theta_0 - 2\frac{h}{L}\right)^2$$

هذه العلاقة الأخيرة عبارة عن متطابقة شهيرة ، أي : $tg^2\alpha = \left(tg\theta_0 - \frac{2h}{L}\right)^2$ ، ومنه : $tg\alpha = \mp\left(tg\theta_0 - \frac{2h}{L}\right)$

$$\begin{cases} tg\alpha = tg\theta_0 - \dfrac{2h}{L} & (1) \\ tg\alpha = \dfrac{2h}{L} - tg\theta_0 & (2) \end{cases}$$

نعلم أن في نقطتين من المسار واقعتين على استقامة واحدة تكون للسرعة نفس القيمة ، معنى هذا أن $v_A < v_0$ ، وبالتالي تكون $\alpha < \theta_0$ ، أي $tg\alpha < tg\theta_0$ ، وبالتالي المعادلة (2) مرفوضة (على عكس ما أعطي في التمرين) .

3 - لدينا معادلة المسار هي : $z = -\frac{g}{2\,v_0^2\,cos^2\,\theta_0}x^2 + x\,tg\theta_0$ ، وبتعويض z = 1 m و $\theta_0 = 45°$ ، نجد :

$1 = -\frac{10}{v_0^2}x^2 + x$ ، ومنه $\frac{10}{v_0^2}x^2 - x + 1 = 0$ (9)

وبحل هذه المعادلة من الدرجة الثانية بالنسبة لـ x نجد : $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{40}{v_0^2}}}{\frac{20}{v_0^2}}$

نلاحظ في هذه العبارة أن x معرف من أجل $v_0^2 > 40$ ، وبالتالي $v_0 > 6,32\ m/s$

من أجل كل قيمة لـ $v_0 > 6,32\ m/s$ يمكن تسجيل الهدف .

من أجل $v_0 = 6,32\ m/s$ ، نعوّض في العلاقة (9) نجد $x = 2m$.

يجب على اللاعب أن لا يقترب أكثر من 2 m نحو السلة بزيادة أو نقصان القيمة $22cm$ ، وإلا لا يمكنه تسجيل الهدف .

مركز عطالة الكرة داخل السلة بإمكانه أن يتحرك على خط طوله $l = 46 - 24 = 22cm$

ملاحظة : في السؤال المطروح ، يجب أن نقول : ما هي أقل مسافة تفصل اللاعب عن الشاقول المار من السلة حتى يتمكن من تسجيل الهدف ؟ ...